

Courbe de Lorenz et indice de Gini

Objectif : Tracer une courbe de Lorenz à partir d'un tableau de données et calculer l'indice de Gini

1. Tracer les courbes de Lorenz

- ⋮ Lancez **GeoGebra** puis paramétrez un nouveau graphique (xMax : 110 et yMax : 110).
- ⋮ Depuis , cliquez sur **Affichage**  puis cochez **Tableur**  pour afficher le volet **Tableur**.
- ⋮ Dans le tableur, saisissez ou copiez-collez les données et uniquement les données contenues dans le tableau ci-dessous.

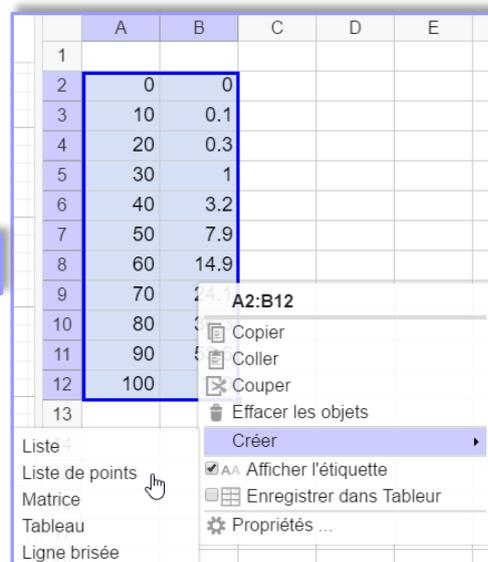
**Masse du patrimoine détenue par les x % des ménages les plus riches en 2018
(en %)**

	Patrimoine
0	0
10	0,1
20	0,3
30	1,0
40	3,2
50	7,9
60	14,9
70	24,1
80	36,3
90	53,6
100	100

Sources : D'après Insee, [Part de la masse du patrimoine](#).

- ⋮ Sélectionnez les données, faites un clic droit sur la sélection puis choisissez **Créer\Liste de points**.

Vous constatez que les points ont été tracés sur le graphique et qu'une liste de points nommés **I1** apparaît dans le volet **Algèbre**.



$I1 = \{A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K\}$
 $\rightarrow \{(0, 0), (10, 0.1), (20, 0.3), (30, 1), (40, 3.2), (50, 7.9), (60, 14.9), (70, 24.1), (80, 36.3), (90, 53.6), (100, 100)\}$

- ⋮ Dans le panneau de **Saisie** situé en bas du volet **Algèbre**, saisissez **Ajust** puis cliquez sur **AjustPoly(<Liste Points>, <Degré>)** ; entre les parenthèses, saisissez **11,10 (AjustPoly(11,10))**
- ⋮ Toujours dans le panneau de saisie, saisissez **Fonction** puis cliquez sur **Fonction(<Fonction>, <de>, <à>)** ; entre les parenthèses, saisissez **f(x),0,100 (Fonction(f(x),0,100))**. Ici, f(x) correspond à la fonction créée précédemment, 0 et 100 l'intervalle pour lequel on souhaite l'affichage de la courbe.

Dans le volet **Algèbre**, vous retrouvez la fonction f(x) et la fonction g(x) ont été ajoutée avec les conditions de tracés.

●	$f(x) = \text{AjustPoly}(11, 10)$ $\rightarrow 0x^{10} - 0x^9 + 0x^8 - 0x^7 - 0x^6 + 0x^5 - 0x^4 + 0x^3 - 0.03x^2 + 0.14x$
●	$g(x) = \text{Si}(0 \leq x \leq 100, f)$ $\rightarrow 0x^{10} - 0x^9 + 0x^8 - 0x^7 - 0x^6 + 0x^5 - 0x^4 + 0x^3 - 0.03x^2 + 0.14x, ((0) \leq x \leq (100))$

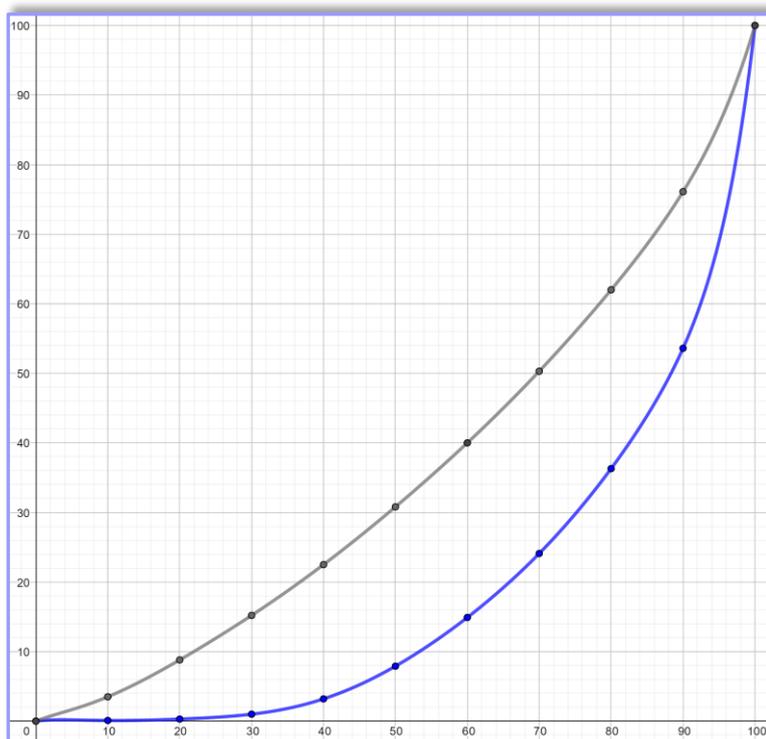
- ⋮ Dans le volet **Algèbre**, cachez la fonction **f(x) = AjustPoly(11,10)**. Vous obtenez une première courbe de Lorenz.
- ⋮ Cachez les étiquettes de la fonction g(x) et des points.
- ⋮ Reproduisez les étapes suivantes avec les données ci-dessous.

Part de la masse totale de niveau de vie détenue en 2017 (en %)

	Niveau de vie
0	0
10	3,5
20	8,8
30	15,2
40	22,5
50	30,8
60	40,0
70	50,3
80	62,0
90	76,1
100	100

Sources :D'après Insee, [Part de la masse totale de niveau de vie.](#)

Les deux courbes de Lorenz sont tracées.



2. Tracer la droite d'équirépartition

- ⋮ Fermez le volet **Tableur**.
- ⋮ Dans le panneau de **Saisie**, saisissez l'expression $q(x)=Si(0 \leq x \leq 100, x)$. Vous obtenez ainsi la droite d'équirépartition.
- ⋮ Sur l'axe des abscisses, créez un nouveau point de coordonnées (100,0). Tracez le segment entre les points (100,100) et le point (100,0).
- ⋮ Cachez les points M et K.

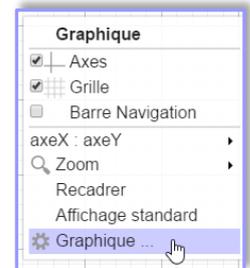
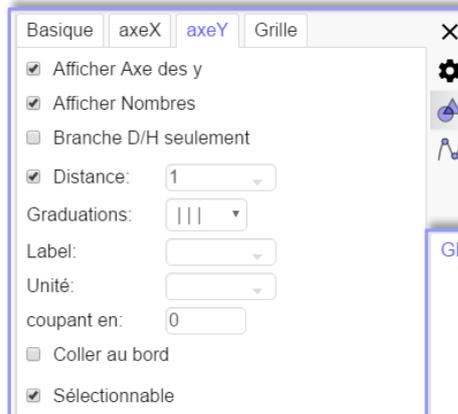
3. Insérez les légendes et les unités

- ⋮ À l'aide de l'outil **Texte**  créez une étiquette "Niveau de vie" et une étiquette "Patrimoine" en reprenant les couleurs de chacune des courbes. Positionnez-les sur le graphique. Verrouillez les deux blocs de texte en cliquant sur .
- ⋮ À l'aide de l'outil **Texte**  créez une étiquette "Part cumulée des ménages en %" puis positionnez-la en dessous de l'axe des abscisses. Créez une étiquette "Part cumulée détenue en %" puis positionnez-la au-dessus de l'axe des ordonnées. Verrouillez les deux blocs de texte en cliquant sur .
- ⋮ Vous pouvez également insérer certaines valeurs sur chacune des courbes.

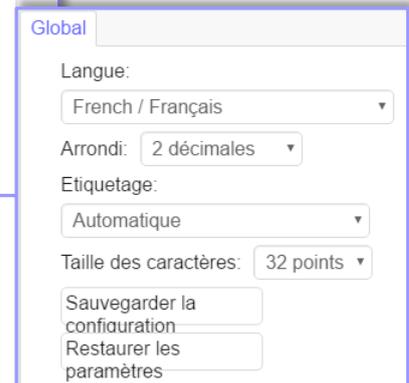
4. Mettre en forme le graphique

Augmentez la taille des polices. Pour cela, faites un clic droit sur le graphique puis cliquez sur  Graphique ...

Cliquez sur la roue crantée  située dans la barre d'outils verticale.



Dans l'onglet **Global**, augmentez la **Taille des caractères**.



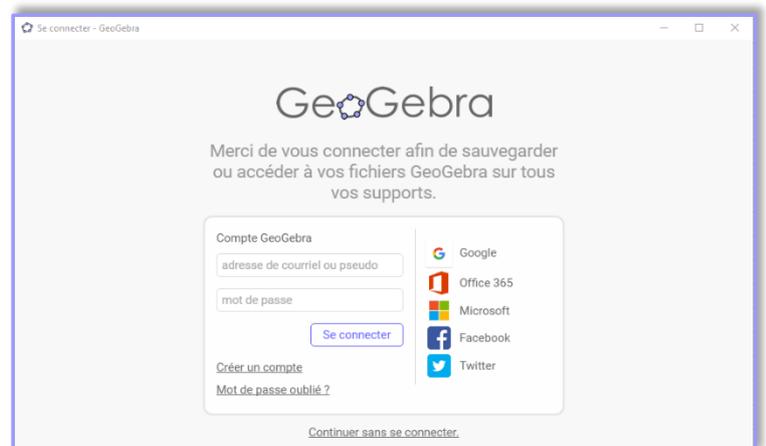
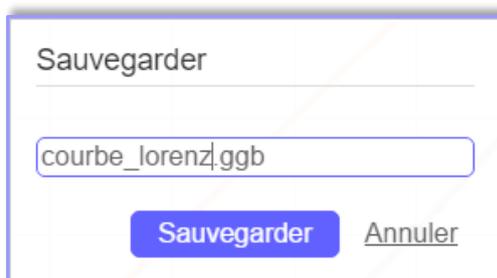
5. Sauvegarder le fichier et exporter le graphique

Cliquez sur le bouton **Menu**  puis sur  **Sauvegarder** ;

Deux possibilités :

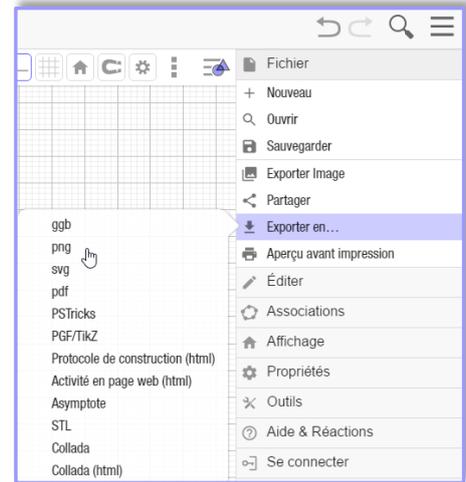
- sauvegarder votre fichier en ligne si vous avez un compte GeoGebra,
- sauvegarder votre fichier sur votre poste de travail en cliquant sur **Continuer sans se connecter**.

Choisissez cette seconde option, nommez le fichier puis cliquez sur **Sauvegarder**.

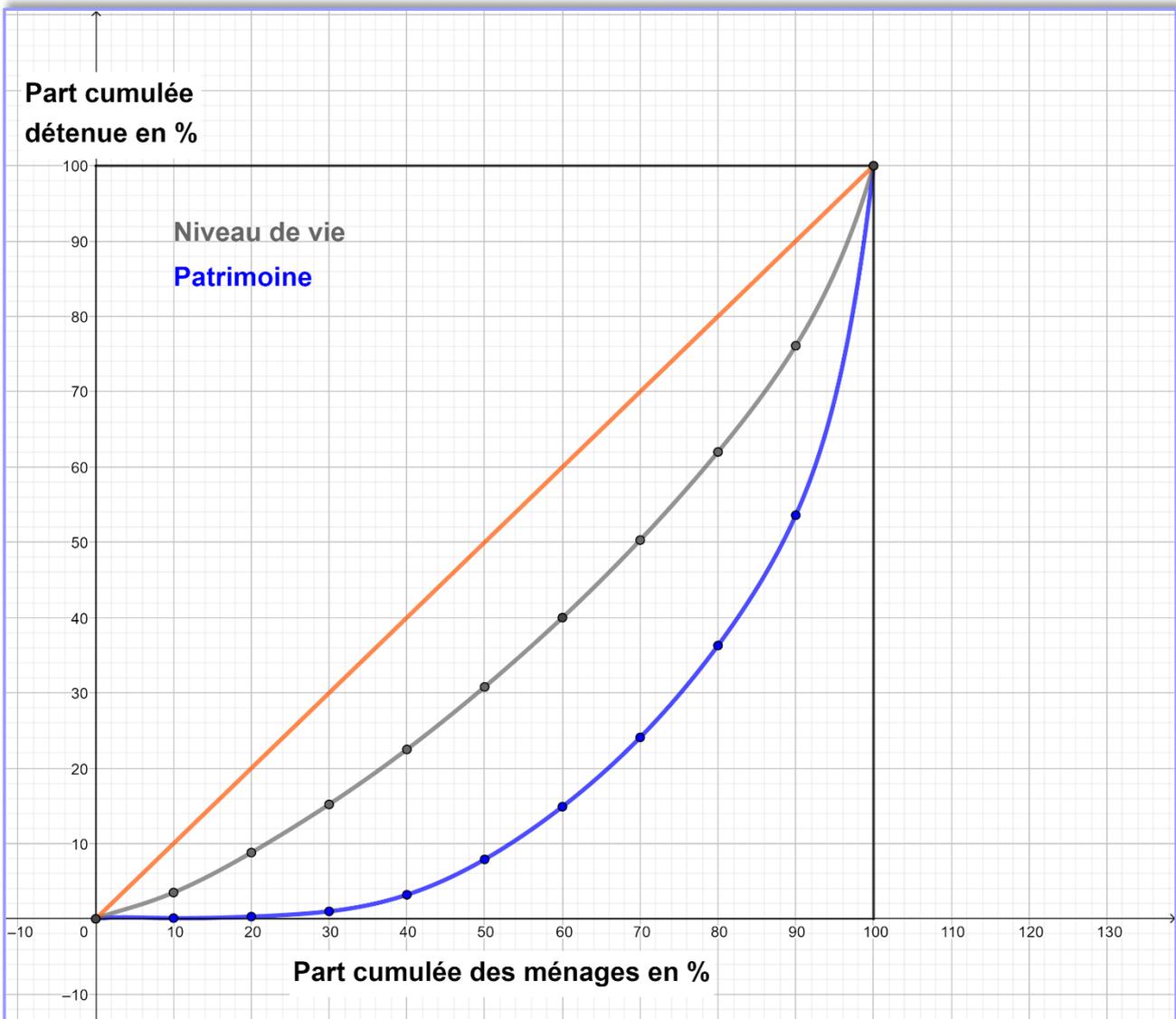


Dans la fenêtre qui s'ouvre, choisissez le dossier de destination puis cliquez sur **Enregistrer**.

Cliquez sur le bouton **Menu**  ; cliquez sur **Exporter en... png** ; nommez le fichier puis cliquez sur **Exporter** .



Dans la fenêtre qui s'ouvre, choisissez le dossier de destination puis cliquez sur **Enregistrer** .



Vous pouvez découper l'image dans un logiciel de retouche d'image comme Paint puis l'importer cette image dans un fichier texte, dans une présentation ou dans une application de type exerciceur.

6. Calculer les coefficients de Gini

Calcul des aires entre la droite d'équirépartition et les courbes de Lorenz

- ⋮ Dans la zone de saisie, saisissez **Intégrale** puis cliquez sur **IntégraleDomaine** (<Fonction>, <Fonction>, <x min>, <x max>); nous allons ainsi pouvoir calculer l'aire entre la droite d'équirépartition **q(x)** et la courbe de Lorenz du niveau de vie **p(x)** dans l'intervalle (0,100).
- ⋮ Commencez par repérer le nom des fonctions dans le volet **Algèbre** en vous aidant de la couleur des points qui symbolisent chacune des fonctions.

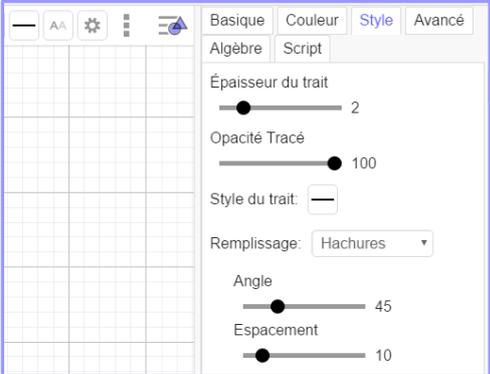
Fonction	
<input type="radio"/>	$f(x) = \text{AjustPoly}(l1, 10)$ → $0x^{10} - 0x^9 + 0x^8 - 0x^7 - 0x^6 + 0x^5$
<input checked="" type="radio"/>	$g(x) = \text{Si}(0 \leq x \leq 100, f(x))$ → $0x^{10} - 0x^9 + 0x^8 - 0x^7 - 0x^6 + 0x^5$
<input type="radio"/>	$h(x) = \text{AjustPoly}(l2, 10)$ → $0x^{10} + 0x^9 - 0x^8 + 0x^7 - 0x^6 + 0x^5$
<input type="radio"/>	$p(x) = \text{Si}(0 \leq x \leq 100, h)$ → $0x^{10} + 0x^9 - 0x^8 + 0x^7 - 0x^6 + 0x^5$
<input checked="" type="radio"/>	$q(x) = x, (0 \leq x \leq 100)$

- ⋮ Entre les parenthèses, saisissez **q(x),p(x),0,100** (**IntégraleDomaine(q(x),p(x),0,100)**).

Le nombre **a** a été ajouté dans le volet **Algèbre**, nombre qui correspond à l'aire entre la droite d'équirépartition et la courbe de Lorenz.

<input checked="" type="radio"/>	$a = \text{IntégraleDomaine}(q, p, 0, 100)$ → 1433.69
----------------------------------	--

- ⋮ Sur le graphique, cliquez sur l'aire coloriée ; dans la barre d'outils située en haut et à droite, choisissez la couleur qui correspond à celle de la courbe.
- ⋮ Toujours dans la barre d'outils située en haut et à droite cliquez sur **Propriétés**  ; dans l'onglet **Style** choisissez **Remplissage Hachures**.
- ⋮ Procédez de même avec l'aire située entre la droite d'équirépartition **q(x)** et la courbe de Lorenz du patrimoine.



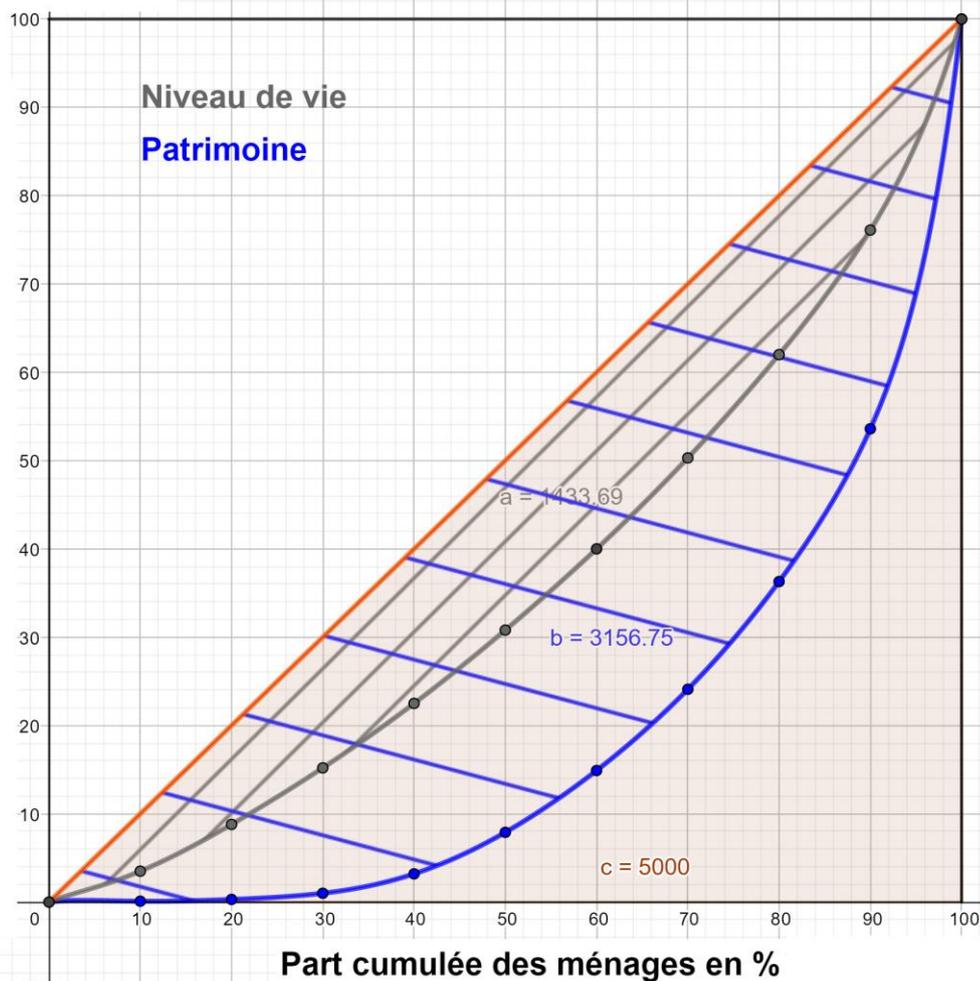
Calcul de l'aire du triangle situé sous la droite d'équirépartition

- ⋮ Dans la zone de saisie, saisissez **Intégrale** puis cliquez sur **Intégrale** (<Fonction>, <Fonction>, <x min>, <x max>); entre les parenthèses, saisissez **q,0,100** (**Intégrale(q,0,100)**).

Les trois aires (**Nombre**) sont visibles dans le volet **Algèbre**.

Nombre	
<input type="radio"/>	$a = \text{IntégraleDomaine}(q, p, 0, 100)$ → 1433.69
<input checked="" type="radio"/>	$b = \text{IntégraleDomaine}(q, g, 0, 100)$ → 3156.75
<input checked="" type="radio"/>	$c = \text{Intégrale}(q, 0, 100)$ → 5000

Part cumulée détenue en %



Calcul des coefficients de Gini

⋮ Dans la zone de saisie, tapez **a/c**, **a** correspondant à l'aire entre la droite d'équirépartition et la courbe de Lorenz du niveau de vie et **c** correspondant à l'aire du triangle.

⋮ Saisissez **b/c**, **b** correspondant à l'aire entre la droite d'équirépartition et la courbe de Lorenz du patrimoine et **c** correspondant à l'aire du triangle.

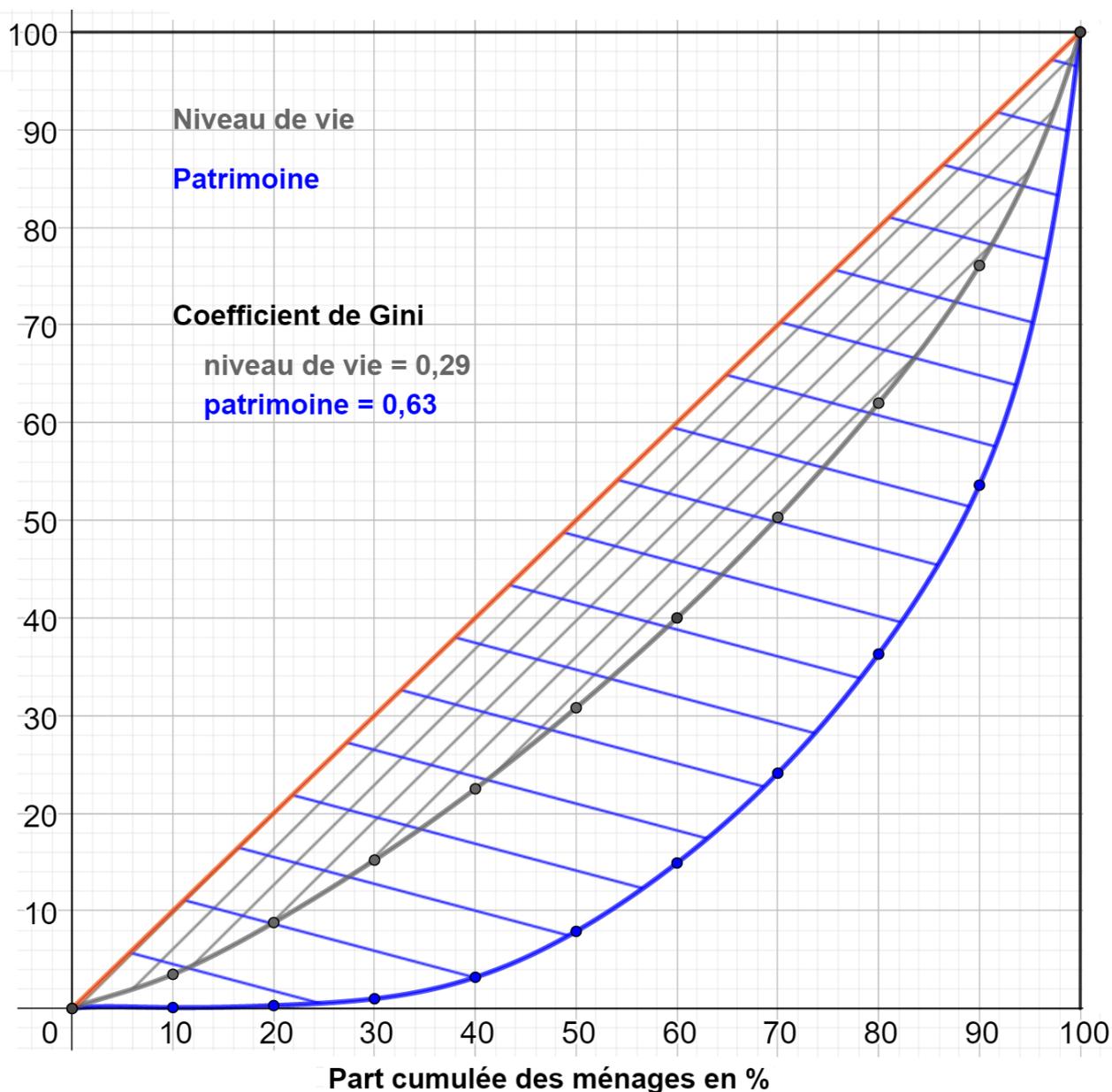
Les nombres **d** et **e** ont été ajoutés dans le volet **Algèbre**, ils correspondent aux coefficients de Gini.

⋮ À l'aide de l'outil **Texte** , insérez un texte avec les deux indices de Gini.

Nombre	
	a = IntégraleDomaine(q, p, 0, 100) → 1433.69
	b = IntégraleDomaine(q, g, 0, 100) → 3156.75
	c = Intégrale(q, 0, 100) → 5000
	d = $\frac{a}{c}$ → 0.29
	e = $\frac{b}{c}$ → 0.63

Concentration des niveaux de vie¹ et des patrimoines² en France

Part cumulée
détenue en %



Source : d'après Insee, 2020.

1. Le niveau de vie, dans le document, correspond au revenu disponible du ménage en tenant compte de sa taille.
2. Le patrimoine détenu comprend notamment les biens immobiliers et les actifs financiers.