Classe : 1ère S	Aire-Périmètre	**Durée** : 1h 30

Objectif : Discuter de la véracité d'un énoncé en mobilisant les outils mathématiques (autour des fonctions) à disposition des élèves.

Descriptif :
Discuter de l'affirmation « pour tout couple de nombres $(x\,;y)$, on peut trouver un rectangle d'aire x et de périmètre y. »

Pré-requis :
factoriser à l'aide d'une identité remarquable et le cours de seconde sur les fonctions

Apports du dispositif :	**Inconvénients du dispositif :**
Chaque élève apporte ses résultats et son mode de construction ce qui permet à la classe de discuter à partir de données diverses	

Problème posé :
L'affirmation « pour tout couple de nombres $(x\,;y)$, on peut trouver un rectangle d'aire x et de périmètre y. » est écrite au tableau. Les élèves détermineront un critère sur le couple $(x\,;y)$ rendant l'affirmation vraie en conjecturant à l'aide de l'outil de géométrique dynamique-collaboratif. Ce critère pourra être affiné et démontré algébriquement.

Stratégies de résolution envisageables :
- attaquer le problème sous l'angle algébrique : stratégie vite abandonnée car 4 variables, c'est un peu beaucoup...
- tests sur des couples $(x\,;y)$: certains permettent de trouver un rectangle, d'autres non. La recherche des rectangles passe par la résolution d'équations du second degré. Le critère sur le couple $(x\,;y)$ peut alors être trouvé algébriquement mais cela nécessite de connaître le discriminant d'un polynôme du second degré ;
- tests sur des rectangles : à la main, on obtient rapidement des couples de nombres. Le passage au registre graphique permet de proposer des conjectures. À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, le nombre de points devient conséquent, en utilisant le mode trace et selon le mode de construction puis de déformation du rectangle, des courbes peuvent apparaître : droites, arcs de paraboles , etc.

Choix de l'enseignant :
- travailler sur la partie algébrique en classe ou en travail en temps libre ;
- la formulation de la proposition n'induit pas directement le passage au registre graphique. Il est laissé à la charge des élèves ;

Prolongements possibles :
- expliquer les différentes traces obtenues en déformant certains rectangles ;
- que se passe-t-il si on remplace le mot « rectangle » par le mot « parallélogramme » ?
- peut-on trouver une figure ayant une aire de 36 mais un périmètre inférieur à 24 ?

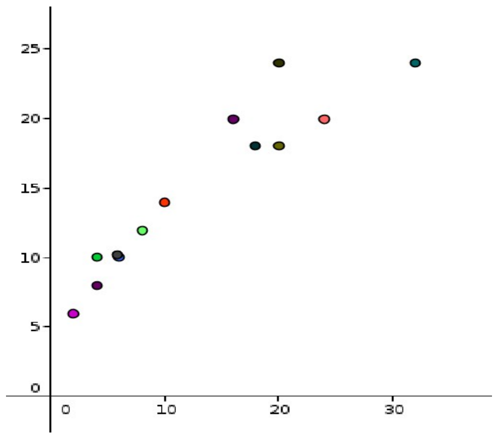
Illustrations Commentaires :

Exemple de scénario

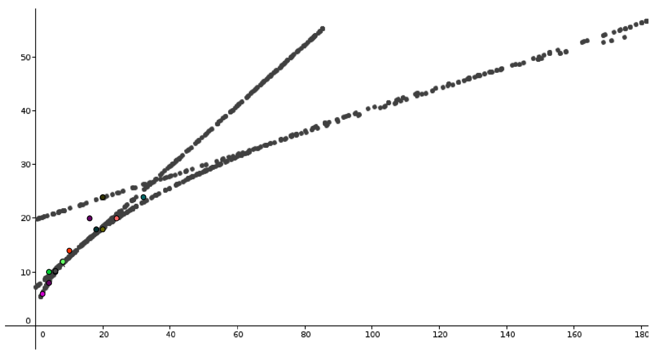
Le professeur	**Les élèves**	**Commentaires**
Séance 1, 1h en salle info, en demi-classe		
Le professeur écrit au tableau : *Pour tout couple de nombres* $(x\,;y)$ *, on peut trouver un rectangle dont l'aire est* x *et le périmètre est* y *.* puis demande aux élèves ce qu'ils pensent de cette affirmation.		
	Les élèves sont un peu décontenancés. Ils remarquent que une aire et un périmètre sont des nombres positifs.	L'énoncé est modifié suivant les consignes des élèves.
	Le groupe finit par décider de mettre la proposition à l'épreuve d'essais. Chacun choisit un rectangle et calcule l'aire et le périmètre.	On inverse donc la phrase.
Le professeur demande à chaque élève son couple (aire-périmètre) et les écrit au tableau		
	Certains élèves avaient émis des conjectures sur le lien entre aire et périmètre *(aire=2périmètre, aire>périmètre, périmètre>aire, pour une aire (un périmètre) donné, il n'y a qu'un périmètre (qu'une aire) possible)*, elles sont mises à l'épreuve des couples écrits au tableau. Elles tombent toutes.	
	Afin d'y voir plus clair, un élève propose de placer les points dans un repère.	
Le professeur invite les élèves à lancer le logiciel de géométrique dynamique-collaboratif.	Chaque élève envoie son point.	Selon le nuage, les élèves peuvent souhaiter relier les points ou être très perplexes.
Le professeur demande plus de points.	Les élèves construisent des rectangles, font calculer l'aire et le périmètre et peuvent envoyer de nouveaux points.	L'intérêt de l'outil de géométrie-dynamique peut être souligné : si le rectangle est déformable, on peut obtenir un grand nombre de points mais les

		élèves peinent à construire un tel rectangle.
	Les élèves ayant des rectangles déformables créent un point de coordonnées (aire ; périmètre) lié à leur rectangle et affichent la trace.	L'espace commun se couvre petit à petit de points. Si certains points sont loin des autres, l'élève l'ayant envoyé est invité à donner les dimension de son rectangle pour que d'autres puissent compléter la zone.
Le professeur demande aux élèves ce qu'ils pensent de l'affirmation de départ.	Les élèves répondent qu'une zone ne semble pas atteignable.	
Séance 2 : en classe entière		
Le professeur affiche les graphiques obtenus lors du travail en groupe. Et reformule la question *« pour une aire fixée, il semblerait que le périmètre ne puisse pas être inférieur à un nombre. Lequel ? »*. Dans un premier temps, on prendra $aire=36$	Les élèves expriment la longueur du rectangle en fonction de la largeur lorsque l'aire est de 36 puis le périmètre en fonction de la largeur.	
Le professeur demande comment trouver le plus petit périmètre possible.	Un élève propose de regarder la courbe de la fonction obtenue. Le minimum semble être 24 pour une largeur de 6 ce qui correspond à un carré dont le périmètre est bien 24.	La courbe obtenue étonne les élèves : ça n'est pas un arc de parabole. La fonction $p(l)$ n'est pas une racine carrée.
Le professeur « rappelle » que pour vérifier que c'est bien le minimum, il suffit de chercher le signe de $périmètre-24$.	Après factorisation, les élèves confirment que la quantité est toujours positive.	
La généralisation pour une aire quelconque se fait en s'appuyant sur le cas précédent. La courbe $y=4\sqrt{x}$ est ajoutée sur le nuage de points.		

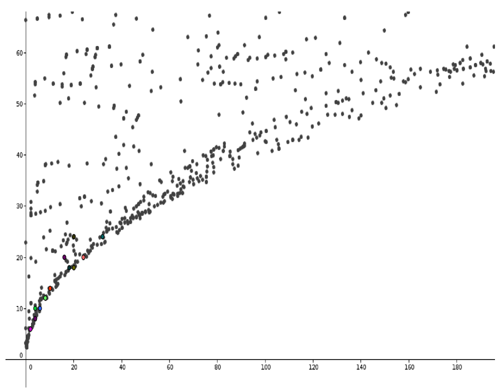
Annexes :



premier nuage de points



Deux types de trace suite à des déformations de rectangles



Un rectangle se déformaient sans contrainte de formes. Le tableau s'est couvert de points.